

三维桥式放大机构的柔性微定位平台的研究与改进

赵智全^{1,2} 祝锡晶^{1,2} 李 婧^{1,2} 崔佳俊^{1,2}

(1 中北大学 机械工程学院, 山西 太原 030051)

(2 先进制造技术山西省重点实验室, 山西 太原 030051)

摘要 在微定位平台的设计中, 引入能够产生高位移放大倍数的三维桥式放大机构, 并在此基础上引入了能够有效减少输出端寄生位移的四杆对称式导向机构, 从而使所设计的微定位平台能够充分结合二者优势。根据应变能理论、卡氏第二定理、拉格朗日定理, 建立该微定位平台的静动态数学模型, 理论分析了平台关键尺寸对平台位移放大倍数的影响; 并通过计算获得了最优参数下的放大倍数和固有频率, 其值分别为19.90和193.26 Hz。通过有限元方法验证了放大倍数和固有频率, 其相对误差分别为4.3%和5.9%, 从而证明了所改进的微定位平台的优越性能以及理论分析方法的准确性, 为放大机构的柔性微定位平台的数学模型构建提供了一定的理论指导。

关键词 三维桥式放大机构 四杆对称式柔性机构 柔性微定位平台 卡氏第二定理 有限元仿真

Research and Improvement of Flexible Micro-positioning Platform with a Three-dimensional Bridge-type Amplification Mechanism

Zhao Zhiquan^{1,2} Zhu Xijing^{1,2} Li Jing^{1,2} Cui Jiajun^{1,2}

(1 School of Mechanical Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China)

(2 Key Laboratory for Advanced Manufacturing Technology of Shanxi, Taiyuan 030051, China)

Abstract In the design of the micro-positioning platform, a three-dimensional bridge-type amplification mechanism capable of generating high displacement amplification ratio was introduced. On this basis, a four-bar symmetric guiding mechanism was incorporated to effectively reduce the parasitic displacement at the output end. This design allows the micro-positioning platform to fully leverage the advantages of both mechanisms. By applying the strain energy theory, the second theorem of Castigliano, and Lagrange's theorem, the static and dynamic mathematical models of the micro-positioning platform were established. The theoretical analysis revealed the influence of key dimensions on the displacement amplification ratio of the platform. Through calculation, the amplification ratio and natural frequency were determined to be 19.90 and 193.26 Hz respectively, under the optimal parameters. Finite element analysis was used to verify the amplification ratio and natural frequency, resulting in relative errors of 4.3% and 5.9% respectively. This confirms the superior performance of the improved micro-positioning platform proposed in this study, as well as the accuracy of the theoretical analysis method. It provides theoretical guidance for the mathematical modeling of flexible micro-positioning platforms with amplification mechanisms.

Key words Three-dimensional bridge-type amplification mechanism Four-bar symmetrical flexible mechanism Flexible micro-positioning platform Castigliano's second theorem Finite element simulation

0 引言

具有高位移分辨率、快响应速度、结构紧凑的压电驱动的柔性定位机构已被广泛应用于微纳技术

术、航空航天、生物医学、光学精密工程等领域^[1-4]。

由于压电陶瓷所产生的输出位移有限, 因此, 对于一些需要产生大行程运动范围的场合, 柔性位移放

大机构的应用是必不可少的, 近年来已经引起了研究人员的极大关注^[5-7]。

微位移放大通常采用杠杆式放大^[8]、桥式放大^[9-10]、SR(Scott-Russell机构)式放大^[11-12]、混合式放大^[13]等方式。传统桥式放大机构具有高效、稳定、放大倍数大、灵活性好、结构坚固等优点^[14], 但是, 传统桥式放大机构的放大倍数往往受到桥臂斜率的影响, 放大倍数存在阈值^[15-16]。为此, Kim等^[17]研究了一种由两个传统桥式放大机构串联在一起的三维桥式放大机构, 并利用柔度矩阵法对该放大机构进行了建模。该机构的理想放大倍数为98, 但是实际上仅仅为10。为了能够提升该机构的放大潜能, 陈方鑫^[18]提出了刚度分配思想, 改变了一级放大机构和二级放大机构的铰链类型, 使得该机构的相对放大倍率(理想放大倍数与实际放大倍数的比值)从原来的0.102提升到了0.9以上。为了进一步研究刚度分配思想, 周奎勇^[19]又提出了一种双桥臂式的三维桥式放大机构, 并利用伪刚体模型法对其进行了建模; 双桥臂式机构虽然可以增加机构的输入刚度, 但也会造成较大的位移损失。以上研究对三维桥式放大机构均采用了柔度矩阵法和伪刚体模型法进行静力学建模。柔度矩阵法虽然能够准确描述该柔性结构的刚度特性和位移特性, 但该方法的求解比较复杂和耗时; 而伪刚体模型法虽然简化了柔性结构的复杂性, 但忽略了柔性结构的非线性变形, 可能会降低该结构静态结果的精确性。以上研究仅仅是对三维桥式放大机构进行研究, 而对结合三维桥式放大机构的柔性微定位平台研究文献较少。单纯的三维桥式放大机构的输出端存在严重的寄生位移, 会降低其定位精度。

因此, 本文在三维桥式放大机构的基础上引入一种可以消除输出端寄生位移的四杆对称式导向机构, 使得柔性微定位平台能够在保持高位移放大倍数的同时还能够保持较大的定位精度; 并利用应变能理论和卡式定理对三维桥式放大机构进行静力学建模, 既研究了柔性结构的非线性变形, 又减少了求解时间。本文研究的新型柔性微定位平台以压电陶瓷进行驱动, 以混合铰链的三维桥式放大机构进行位移放大, 以四杆对称式柔性机构进行导向。对该平台进行了整体理论建模, 利用所建立的理论模型分析该平台的静动态性能, 进而系统分析了平台关键参数对整体平台放大性能的影响, 并通过有限元仿真对其进行了验证。

1 微平台模型

1.1 三维桥式放大机构分析

微定位平台中的三维桥式机构是由一级桥式放大机构和二级桥式放大机构串联组成的, 分别如图1(a)和图1(b)所示。

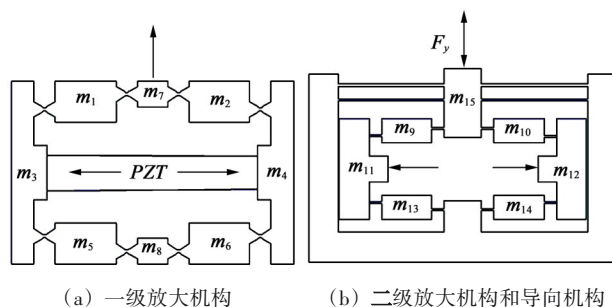


图1 微定位平台结构

Fig. 1 Structure of the micro-positioning platform

在一级放大机构中, 使用了v型柔性铰链[图2(a)]。v型柔性铰链的参数包括铰链角度 θ 、铰链半径 r 、铰链厚度 t_1 、铰链高度 c_0 以及铰链长度 L_{01} 。在二级放大机构中, 使用了直角型柔性铰链[图2(b)]。直角型柔性铰链由铰链长度 L_{02} 、铰链厚度 t_2 、铰链宽度 b_2 组成。

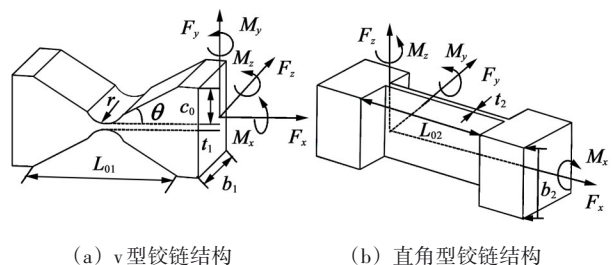


图2 铰链结构图

Fig. 2 Schematic diagram of the hinge structure

根据文献[20]可知, 图2(b)中的直角型柔性铰链在平面内仅需考虑5个柔度, 如式(1)所示。

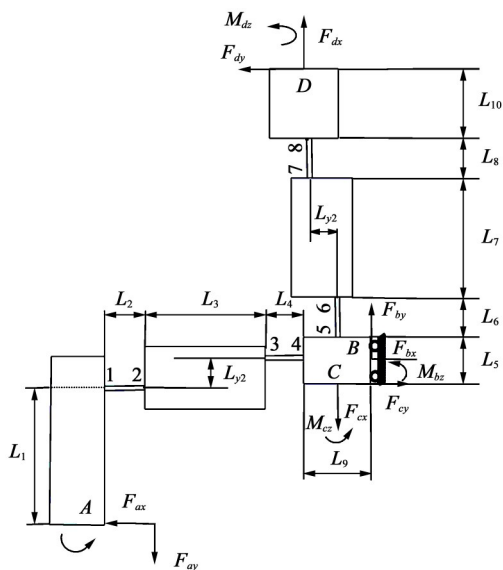
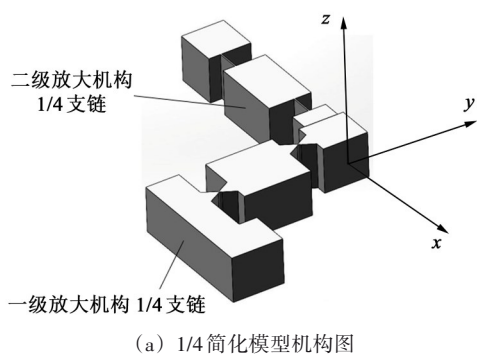
$$\begin{cases} C_{1x-Fx} = \frac{L_{02}}{Eb_1t_2} \\ C_{1y-Fy} = \frac{4L_{02}^3}{Eb_2t_2^3} \\ C_{1y-Mz} = \frac{6L_{02}^2}{Eb_2t_2^3} \\ C_{1\theta-Fy} = \frac{6L_{02}^2}{Eb_2t_2^3} \\ C_{1\theta-Mz} = \frac{12L_{02}}{Eb_2t_2^3} \end{cases} \quad (1)$$

式中, E 为平台所用材料的弹性模量。

根据文献[21]可得出图2(a)中的v型柔性铰链在平面内的5个柔度公式。由于v型柔性铰链的柔度公式较为复杂, 所以用 C_{2x-Fx} 、 C_{2y-Fy} 、 C_{2y-Mz} 、 $C_{2\theta-Fy}$ 、 $C_{2\theta-Mz}$ 表示这5个柔度公式。

直角型柔性铰链柔度中, F_x 代表一级桥式放大机构给二级放大机构的输入力; F_y 代表二级桥式放大机构所受的外力。 v 型柔性铰链柔度中, F'_x 代表压电陶瓷作用于一级桥式放大机构输入端所产生的作用力; F'_y 表示一级桥式放大机构受到的外力。

三维桥式放大机构是对称机构, 因此, 可以取该模型的1/4进行分析。将简化后模型的二级放大机构先沿 x 轴绕 90° , 再沿 y 轴绕 180° , 通过上述变换, 该模型可以从三维空间转化到二维空间, 且该模型输入、输出点的力位关系与原模型保持一致。简化模型如图3(a)所示。给一级放大机构的输出端施加移动约束, 简化后的模型机构图和机构尺寸参数图如图3(b)所示。



(b) 三维桥式机构简图及主要参数图

图3 三维桥式放大机构简图

Fig. 3 Schematic of a three-dimensional bridge amplification mechanism

图3(b)中, F_{ax} 为压电陶瓷所施加的驱动力。当仅考虑 F_{ax} 对放大机构的影响时, 建立如图3(b)所示A点处的坐标, 建立如图3(b)所示A点处的坐标, 根据文献[22], 可知图中柔性铰链的1-2和3-4的受力分别如式(2)、式(3)所示。

$$\begin{cases} N_{12} = F_{ax} \\ S_{12} = 0 \\ M_{12} = M_{az} - F_{ax} L_1 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} N_{34} = F_{ax} \\ S_{34} = 0 \\ M_{34} = M_{az} - F_{ax} L_1 - F_{ax} L_{y1} \end{cases} \quad (3)$$

式中, N_{jk} 、 S_{jk} 、 M_{jk} 分别为柔性铰链所受到的轴力、剪切力和弯矩, 且柔性铰链所受到的剪切力为0。因此, 轴力和弯矩对应的应变能为

$$U = U_a + U_b = \sum_{i=2,4,6,8} \left(\int_0^{l_i} \frac{N_i}{2EA_1} dx_i + \int_0^{l_i} \frac{M_i}{2EI} dx_i \right) \quad (4)$$

式中, U_a 为拉伸应变能; U_b 为弯曲应变能; A_1 为 v 型柔性铰链的横截面积; I 为 v 型柔性铰链的惯性矩, 如式(7)所示。

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \quad (5)$$

$$y(x) = \begin{cases} r + \frac{t_1}{2} - \sqrt{r^2 - x^2}, & 0 \leq |x| \leq r \sin \theta \\ x \tan \theta \text{sign}(x) + R(1 - \sec \theta) + \frac{t_1}{2}, & r \sin \theta < |x| \leq l \end{cases} \quad (6)$$

$$I = \frac{2b_1 y^3(x)}{3} \quad (7)$$

根据卡氏第二定理可知, A处的输入位移 $U_{ax} = \frac{\partial U}{\partial F_x}$ 和绕Z轴的转动为 $\theta_{az} = \frac{\partial U}{\partial M_z} = 0$, 由此可得

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{13} & a_{14} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{ax} \\ M_{az} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{ax} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

式(8)中矩阵中的元素为

$$\begin{cases} a_{11} = c_{2\theta} - M_z (2L_1^2 + 2L_1 L_{y1} + L_{y1}^2) + 2c_{2x - Fx} \\ a_{12} = a_{13} = -c_{2\theta} - M_z (2L_1 + L_{y1}) \\ a_{14} = 2c_{2\theta} - M_z \end{cases} \quad (9)$$

点A处的输入力 F_{ax} 与压电陶瓷给定的输入位移 x_{ax} 之间的关系式为

$$x_{ax} = a F_{ax} \quad (10)$$

由式(9)、式(10)可以得到

$$a = \frac{-(c_{2\theta} - M_z L_{y1}^2)}{2} + 2c_{2x - Fx}$$

同理, 如图3(b)所示, 建立截点D处的平面坐标系, 结合点D处的力位条件, 可以推得点D处由一级放大机构所引起的输出位移 x_{dy} 与输入力 F_{dx} 之间的关系表达式为

$$x_{dy} = b F_{dx} \quad (11)$$

式中, $b = \frac{[c_{1\theta} - M_z L_{y2} (L_7 + L_8)]}{2}$ 。

根据一级放大机构和二级放大机构之间的耦合

关系可知, 一级放大机构的输出力 F_{by} 等于一级放大机构传递给二级放大机构的输入力 F_{cx} ; 一级放大机构的输出位移 x_{by} 等于二级放大机构的输入位移 x_{cx} 。建立点 B 和点 C 处的坐标, 结合 B 和 C 处的边界条件, 可以推导出输入力 F_{bx} 与输出位移 x_{bx} 之间的关系表达式以及输入力 F_{cx} 与输入位移 x_{cx} 之间的关系表达式分别为

$$x_{by} = cF_{bx} \quad (12)$$

$$x_{cx} = dF_{cx} \quad (13)$$

式中, $c = \frac{[-c_{2\theta-Mz}L_{y1}(L_3+L_4)]}{2}$; $d = \frac{(c_{1\theta-Mz}L_{y2}^2)}{2} + 2c_{1x-Fx\circ}$

结合式(12)、式(13), 可以得到力 F_{by} 和力 F_{cx} 之间的关系表达式为

$$F_{cx} = cF_{by}/d \quad (14)$$

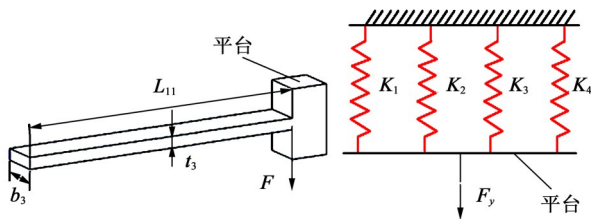
根据式(10)、式(11)、式(14)可以得到输出位移 x_{dy} 和输入位移 x_{ax} 的比值及三维桥式放大机构的位移放大倍数为

$$R_1 = \frac{x_{dy}}{x_{ax}} = \frac{cb}{da} \quad (15)$$

1.2 四杆对称式柔性机构分析

四杆对称式柔性机构负责传递和导向放大机构的输出位移。该机构主要由4条较长的直角型柔性铰链组成, 它们的一端与平台的底座无间隙连接, 一端与放大机构的输出端相连接。三维桥式放大机构产生的输出位移与四杆对称式柔性机构的变形共同推动平台产生最终位移; 四杆式对称柔性机构的引入能够有效消除放大机构所产生的寄生旋转位移。

因为四杆对称式柔性机构呈对称式分布, 因此, 导向机构的刚度为一条直角型柔铰链刚度 K_s 的4倍。图4(a)所示为单条对称式柔性铰链结构, 图4(b)所示为四杆对称式柔性机构等效刚度模型。



(a) 单条柔性铰链机构图 (b) 等效刚度模型图

图4 单条柔性铰链机构和等效刚度模型

Fig. 4 Single-flexible hinge mechanism and equivalent stiffness mode

$$F = \frac{1}{4}F_y \quad (16)$$

四杆对称式柔性机构的刚度为

$$k_g = 4k = \frac{4Eb_3t_3^3}{L_{11}^3} \quad (17)$$

式中, E 为平台所用材料的弹性模量; b_3 为单条柔性铰链的宽度; t_3 为单条柔性铰链的厚度; L_{11} 为单条柔性铰链的长度。

2 微平台静力学分析

仅考虑负载 F_{dy} 时的静态计算方法与仅考虑 F_{ax} 的计算方法相同。建立截面 D 处的坐标, 并结合其边界条件, 得到输入力 F_{dy} 与输出位移 x'_{dy} 之间的关系表达式为

$$x'_{dy} = eF_{dy} \quad (18)$$

同理, 以 A 、 B 、 C 为原点, 并结合各点处的力位条件, 可求得输出位移 x'_{ax} 与点 A 处的力 F_{ay} 、输出位移 x'_{cx} 与点 C 处的力 F_{cy} 、输出位移 x'_{by} 与 B 点处的力 F_{by} 之间的关系表达式分别为

$$x'_{ax} = fF_{ay} \quad (19)$$

$$x'_{cx} = gF_{cy} \quad (20)$$

$$x'_{by} = hF_{by} \quad (21)$$

式中,

$$e = \frac{c_{1\theta-Mz}^2(L_7^2 + 2L_7L_8 + L_8^2)}{2c_{1\theta-Mz}} +$$

$$\frac{4c_{1y-Fy}c_{1\theta-Mz} - 4c_{1y-Mz}^2}{2c_{1\theta-Mz}}$$

$$f = \frac{[-c_{2\theta-Mz}L_{y1}(L_2+L_3)]}{2}$$

$$g = \frac{[c_{1\theta-Mz}L_{y2}(3L_6-L_7)]}{2}$$

$$h = \frac{c_{2\theta-Mz}^2(3L_3^2 + 6L_3L_4 + 3L_4^2)}{6c_{2\theta-Mz}} +$$

$$\frac{16c_{2y-Fy}c_{2\theta-Mz} - 12c_{2y-Mz}^2}{6c_{2\theta-Mz}}$$

如图4所示, 当力 F_{ax} 与 F_{dy} 同时作用在该结构上时, 根据叠加原理可以求解出机构在 x 方向的位移为

$$u_{x1} = x_{ax} - x'_{ax} = aF_{ax} - fF_{by} \quad (22)$$

$$u_{x2} = x_{cx} - x'_{cx} = dF_{cx} - gF_{dy} \quad (23)$$

机构在 y 方向的位移为

$$u_{y1} = x_{by} - x'_{by} = cF_{ax} - hF_{by} \quad (24)$$

$$u_{y2} = x_{dy} - x'_{dy} = bF_{cx} - eF_{dy} \quad (25)$$

由图4可知, 三维桥式放大机构的负载 F_y 是由四杆对称式柔性机构产生的, 结合第1.2节的结论, 有

$$F_y = 2F_{dy} = kg(x_{dy} - x'_{dy}) \quad (26)$$

由第1.1节求解三维放大机构放大比的步骤, 再综合式(18)~式(26), 可以得到力 F_{ax} 与 F_{dy} 同时作用于三维桥式放大机构的放大比, 即整个平台的位移放大倍数为

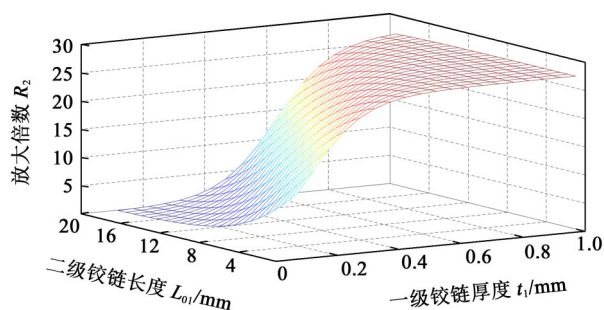
$$R_2 = \frac{x_{dy} - x'_{dy}}{x_{ax} - x'_{ax}} = \frac{2cb}{k_g(ade - acg - cef + aeh) + 2(ad - cf + ah)} \quad (27)$$

将第一级机构中v型铰链的参数 θ 、 r 设为定值, 则有

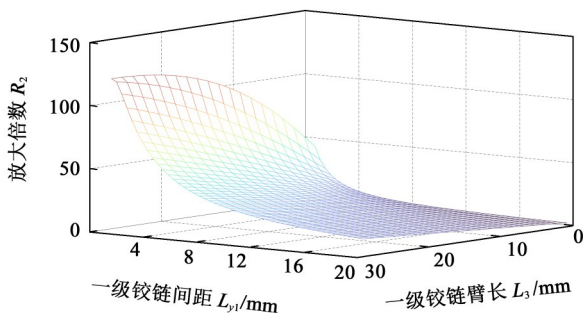
$$L_{01} = 2 \left\{ \frac{[\gamma + (\beta - \gamma)\cos\theta]}{\gamma \sin\theta} r \right\} \quad (28)$$

式中, $\beta = t_1/2r$; $\gamma = t_1/2c_0$ 。

根据式(28)可知, v型铰链的铰链长度只与参数 c_0 、 t_1 有关, 改变参数 c_0 和 t_1 的大小即可以实现对v型铰链长度的控制。根据式(27), 可确定各尺寸参数对微定位平台放大比的影响, 分别如图5、图6所示。



(a) 一级铰链尺寸 L_{01} 、 t_1 对 R_2 的影响



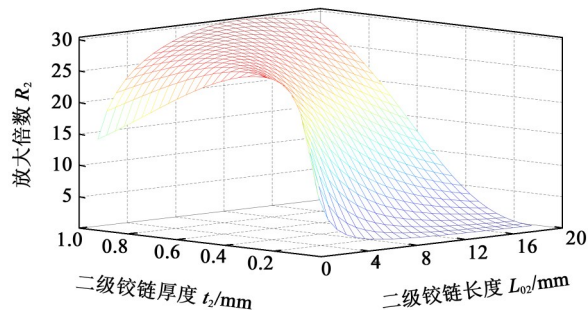
(b) 一级铰链尺寸 L_{y1} 、 L_3 对 R_2 的影响

图5 一级放大机构关键尺寸对 R_2 的影响

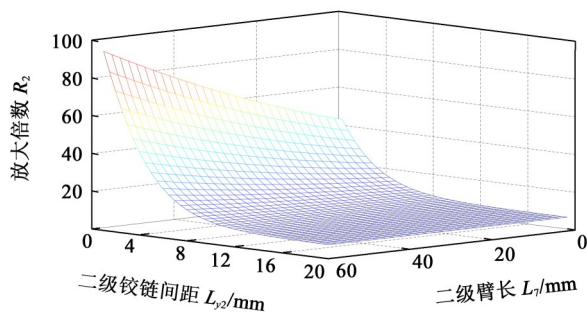
Fig. 5 Influence of key dimensions of the primary amplification mechanism on R_2

由图5可以看出, 随着一级放大机构参数 t_1 的增大, R_2 逐渐增大, 然后趋于平稳; 随着 L_{01} 的增大, R_2 缓慢减小; 随着 L_3 的增大, R_2 缓慢减小; 随着 L_{y1} 的增大, R_2 急剧增大, 然后又逐渐递减。由图6可以看出, 二级放大机构的参数 t_2 、 L_{02} 、 L_7 、 L_{y2} 与上述一级放大机构参数对位移放大倍数 R_2 的影响情况类似。随着四杆对称式柔性机构参数 L_{11} 的逐渐增大, R_2 也逐渐增大; 随着 t_3 的逐渐增大, R_2 也逐渐增大。综合图5、图6可知, 微定位平台各尺寸参数对 R_2 的影响的大小效果为: $t_2 > t_1 > t_3 > L_{y1} > L_{y2} > L_{11} > L_{01} > L_{02}$ 。由上述分析可知, 对于微定位平台的静力学模型而言, 铰链厚

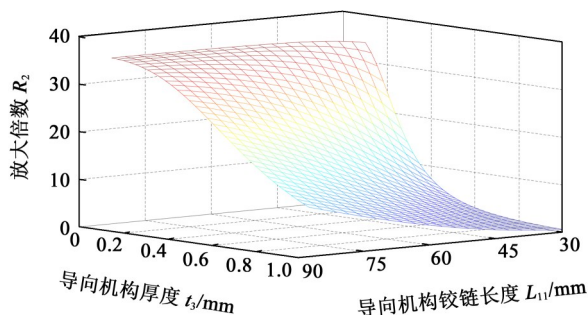
度是影响最大的尺寸参数, 其次是铰链间距, 最后是铰链长度。通过对微定位平台关键尺寸对整体放大倍数的影响大小进行分析, 可以更好地确定平台尺寸, 最大限度地减小加工误差对平台性能的影响。



(a) 二级铰链尺寸 L_{02} 、 t_2 对 R_2 的影响



(b) 二级铰链尺寸 L_{y2} 、 L_7 对 R_2 的影响



(c) 导向机构尺寸 t_3 、 L_{11} 对 R_2 的影响

图6 二级放大机构和导向机构关键参数对 R_2 的影响

Fig. 6 Influence of key parameters of the secondary amplification mechanism and guiding mechanism on R_2

3 微平台动力学模型

将微定位平台视为单自由度系统, 可以得到其固有频率的表达式为

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_e}{M_e}} \quad (29)$$

式中, M_e 和 K_e 分别为平台的等效质量和等效刚度。

将微定位平台的动能分成两个部分来求解。首先, 针对四杆对称式柔性机构, 其动能为

$$T_1 = \frac{1}{2} m_{15} \dot{x}_{2y}^2 \quad (30)$$

其次, 针对三维桥式放大机构, 其动能为

$$T_2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^8 m_k (\dot{x}_{1x} + \dot{x}_{1y}) + \frac{1}{2} (\sum_{k=1}^8 J_k \omega_k^2) =$$

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2 + m_5 + m_6) (\frac{\dot{x}_{1x}}{2})^2 + \frac{1}{2} (m_3 +$$

$$m_4) \dot{x}_{1x}^2 + \frac{1}{2} (m_3 + m_4) (\frac{\dot{x}_{1y}}{2})^2 + \frac{1}{2} (m_1 +$$

$$m_2 + m_5 + m_6) (\frac{\dot{x}_{1y}}{2})^2 + \frac{1}{2} (m_7 + m_8) \dot{x}_{1y}^2 +$$

$$\frac{1}{2} (J_1 + J_2 + J_5 + J_6) (\frac{x_{1y}}{4L_{a1}})^2 \quad (31)$$

$$T_3 = \frac{1}{2} \sum_{k=9}^{14} m_k (\dot{x}_{2x} + \dot{x}_{2y}) + \frac{1}{2} (\sum_{k=9}^{14} J_k \omega_k^2) =$$

$$\frac{1}{2} (m_9 + m_{10} + m_{13} + m_{14}) (\frac{\dot{x}_{2x}}{2})^2 + \frac{1}{2} (m_{11} +$$

$$m_{12}) \dot{x}_{2x}^2 + \frac{1}{2} (m_9 + m_{10}) (\frac{3\dot{x}_{2y}}{4})^2 + \frac{1}{2} (m_{11} +$$

$$m_{12}) (\frac{\dot{x}_{2y}}{2})^2 + \frac{1}{2} (m_{13} + m_{14}) (\frac{\dot{x}_{2y}}{4})^2 + \frac{1}{2} (J_9 +$$

$$J_{10} + J_{13} + J_{14}) (\frac{\dot{x}_{2y}}{4L_{a2}})^2 \quad (32)$$

式中, x_{1x} 为微定位平台的单侧输入位移; x_{2y} 为微定位平台的单侧输出位移; x_{1y} 为一级放大机构的输出位移; x_{2x} 为二级放大机构的输入位移; $J_k (k=1, 2, 5, 6)$ 为一级放大机构桥臂的转动惯量, 其中, $J_1 = m_1 (L_3^2 + L_{y1}^2)$, $L_{a1} = \sqrt{L_3^2 + L_{y1}^2}$; $J_k (k=9, 10, 13, 14)$ 为二级放大机构桥臂的转动惯量, 其中, $J_9 = m_9 (L_7^2 + L_{y2}^2)$, $L_{a2} = \sqrt{L_7^2 + L_{y2}^2}$ 。

如图1所示, $m_k (k=1, 2, \dots, 14)$ 满足 $m_1=m_2=m_5=m_6$, $m_3=m_4$, $m_9=m_{10}=m_{13}=m_{14}$, $m_{11}=m_{12}$ 。

式(31)、式(32)中的 x_{1y} 和 x_{2x} 可以根据三维桥式机构的耦合关系和式(23)、式(25)、式(26)得到。 x_{1y} , x_{2x} 与平台输出位移 x_{2y} 之间的关系为

$$x_{2x} = x_{1y} = x_{2y} [\frac{d(2 + ek_g)}{2b} - \frac{gk_g}{2}] \quad (33)$$

$$i = [\frac{d(2 + ek_g)}{2b} - \frac{gk_g}{2}]$$

式(31)、式(32)最后可以化简为

$$T_4 = [(\frac{1}{2R_2} + \frac{5i^2}{8})m_1 + (\frac{1}{R_2} + \frac{i^2}{2})m_3]x_{2y}^2 +$$

$$[m_7i^2 + (\frac{i^2}{2} + \frac{2}{3})m_9 + (i^2 + \frac{1}{4})m_{11}]x_{2y}^2 \quad (34)$$

根据上述分析, 可以得知, 系统的总动能包括各质量块的平移运动和转动运动。总动能表达式为

$$T = T_1 + T_4$$

由此可得平台的等效质量 M_e 为

$$M_e = (\frac{1}{R_2^2} + \frac{4i}{3})m_1 + (\frac{2}{R_2^2} + \frac{i}{2})m_3 + 2m_7i +$$

$$(i + \frac{4}{3})m_9 + (2i + \frac{1}{2})m_{11} + m_{15} \quad (35)$$

结合式(23)~式(25), 可得平台的等效刚度为

$$K_e = \frac{F_{ax}}{x_{2y}} = \frac{(d+h)(2 + ek_g) + bgk_g}{2cb} \quad (36)$$

将式(35)、式(36)代入式(29), 即可求得平台的固有频率 f_n 。

4 微平台有限元分析

为了验证所建立理论模型的准确性以及所建立平台的优越性能, 对该平台进行有限元仿真。将所建立模型导入 Ansys Workbench 中进行静、动态分析。该模型所用关键结构尺寸如表1所示, 所用材料为 7075Al, 其弹性模量为 72 GPa, 泊松比为 0.33, 密度为 2 810 kg/m³。

表1 微定位平台的尺寸参数

Tab. 1 Dimensional parameters of the micro-positioning platform

参数	取值	参数	取值
v 型铰链半径 r/mm	1	直角型铰链长度 L_{02}/mm	10
v 型铰链角度 $\theta/(\circ)$	30	直角型铰链厚度 t_2/mm	0.5
v 型铰链高度 c_0/mm	3.3	二级机构桥臂长 L_7/mm	32
v 型铰链厚度 t_1/mm	0.5	二级机构铰链 间距 L_{y2}/mm	6
一级机构铰链间距 L_{y1}/mm	8	四杆对称机构铰链 厚度 t_3/mm	0.6
一级机构桥臂长 L_3/mm	30	四杆对称机构铰链 长度 L_{11}/mm	77

如图7所示, 使用自动划分网格功能对该模型进行网格划分并在该模型变形量最大的柔性铰链处划分了足够细的网格, 保证了仿真结果的准确性。对该模型施加固定约束并在模型输入端施加 0~200 N 的驱动力, 求解出该模型的静力学仿真结果。图8所示为在输入端施加 40 N 驱动力时的平台静力学仿真结果。由图8(a)可知, 结构的输入位移为 6.83 μm 。由图8(b)可知, 结构的输出位移为 263.05 μm 。

图9为微定位平台的力-位移曲线图。由此可以得到有限元仿真的平台放大倍数和等效刚度, 其值分别为 19.046 和 0.153 N/ μm 。

对平台进行的模态分析如图10所示。结果表明, 该平台具有沿 Z 方向的 1 阶模态, 固有频率为 205.45 Hz。

将仿真得出的结果与理论分析得出的结果进行对比, 对比结果如表2所示。从表2可以看出, 理论

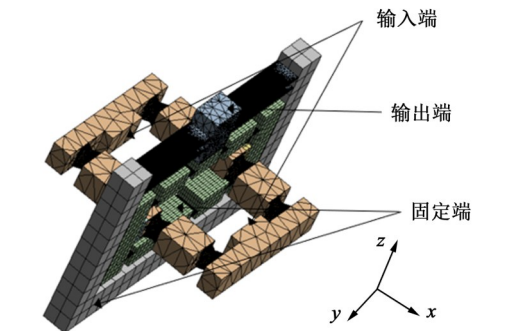
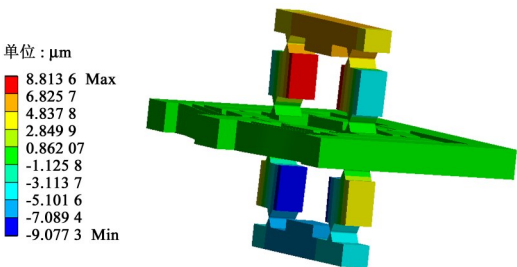
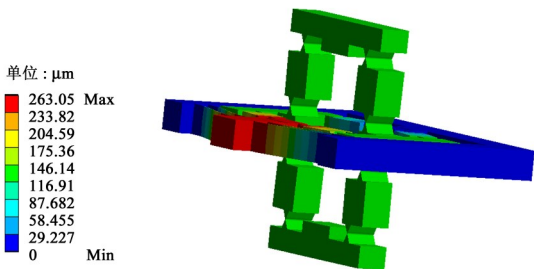


图7 有限元仿真

Fig. 7 Finite element simulation



(a) 微定位平台输入位移



(b) 微定位平台输出位移

图8 微定位平台静力学仿真

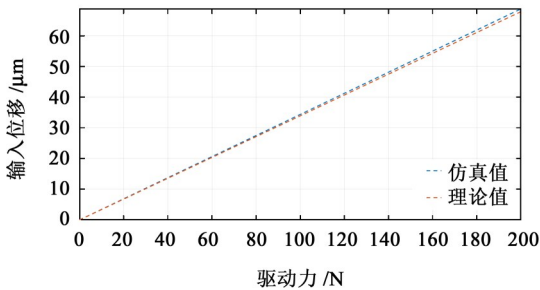
Fig. 8 Static kinematic simulation of the micro-positioning platform

分析与有限元仿真的误差均可控制在6%内。可见理论分析得到的数学模型具有较高的精度，可以用于计算该微定位平台的静态性能。产生误差的主要原因是：在确定好约束并对微定位进行仿真时，一级放大机构的输出端除了有沿 y 方向的期望位移外还有沿 x 方向的寄生位移；同时，理论推出的结果是在理想柔性铰链条件下得到的，而仿真分析会使柔性铰链偏移出理想位置。

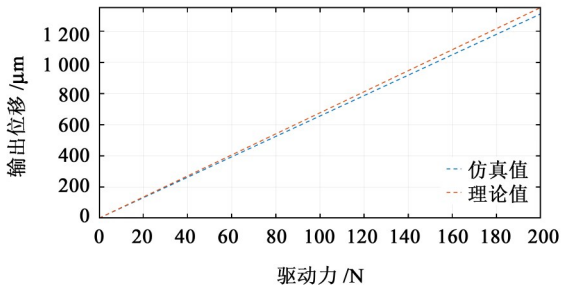
5 结论

设计了一种基于三维桥式放大机构的柔性微定位平台，得出以下结论：

1) 分别对设计的微定位平台的两个主要组成部分(三维桥式放大机构和四杆对称导向机构)进行了理论建模。在此基础上推导出整体平台的等效刚度、放大倍数以及固有频率的表达式，并对影响整体平台放大倍数的关键参数进行了灵敏度分析。



(a) 力-输入位移



(b) 力-输出位移

图9 微定位平台力-位移曲线图

Fig. 9 Force-displacement curves the micro-positioning platform

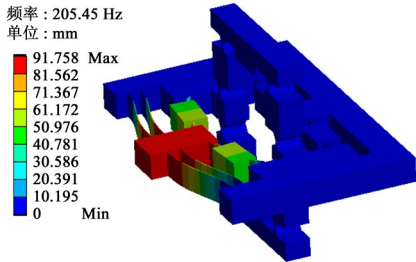


图10 微定位平台模态仿真

Fig. 10 Modal simulation of the micro-positioning platform

表2 理论结果与仿真结果对比误差分析

Tab. 2 Error analysis of theoretical results and simulation results comparison

项目	位移放大倍数	等效刚度/($\text{N}/\mu\text{m}$)	固有频率/Hz
理论值	19.90	0.148	193.26
仿真值	19.05	0.153	205.45
误差/%	4.3	3.3	5.9

2) 通过有限元仿真软件对微定位平台进行了静态分析。结果表明，理论分析结果和有限元分析结果对整体放大倍数、等效刚度和1阶固有频率的相对误差分别为4.3%、3.3%、5.9%，验证了所建立理论模型的正确性。

3) 通过对仿真结果进行分析，该微定位平台结合了三维桥式放大机构结构紧凑和高位移放大倍数的优势以及四杆对称式柔性机构能够有效减少寄生旋转位移的优势，并具有较高的固有频率。由此可见，所设计的微定位平台具有较高的实用意义。

参 考 文 献

- [1] 张帆,刘瑾,杨海马.双频激光干涉仪互补校准式高精度位移检测系统研究[J].传感器与微系统,2020,39(3):14-17.
ZHANG Fan, LIU Jin, YANG Haima. Research on complementary calibration high-precision displacement detection system of dual frequency laser interferometer with complementary calibration [J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2020, 39(3): 14-17.
- [2] 崔志勇,黄卫清,孙梦馨,等.串联式二维微定位平台的设计[J].机械设计与制造,2018(增刊1):88-91.
CUI Zhiyong, HUANG Weiqing, SUN Mengxin, et al. Design of two-dimensional micro-positioning platform in series [J]. Machinery Design & Manufacture, 2018(Suppl.1): 88-91.
- [3] PINSKIER J, SHIRINZADEH B, CLARK L, et al. Design, development and analysis of a haptic-enabled modular flexure-based manipulator[J]. Mechatronics, 2016, 40: 156-166.
- [4] LING M X, CAO J Y, JIANG Z, et al. Modular kinematics and statics modeling for precision positioning stage [J]. Mechanism and Machine Theory, 2017, 107: 274-282.
- [5] WANG L J, ZHANG D, LIU J K, et al. Adaptive fault-tolerant control for a joint flexible manipulator based on dynamic surface [J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2019, 41(15): 4240-4253.
- [6] IQBAL S, MALIK A. A review on MEMS based micro displacement amplification mechanisms [J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2019, 300: 111666.
- [7] KIZIROGLOU M E, TEMELKURAN B, YEATMAN E M, et al. Micro motion amplification—a review [J]. IEEE Access, 2020, 8: 64037-64055.
- [8] 卢倩,黄卫清,孙梦馨.基于柔度比优化设计杠杆式柔性铰链放大机构[J].光学精密工程,2016,24(1):102-111.
LU Qian, HUANG Weiqing, SUN Mengxin. Optimization design of amplification mechanism for level flexure hinge based on compliance ratio [J]. Optics and Precision Engineering, 2016, 24(1): 102-111.
- [9] LING M X, YUAN L, LUO Z H, et al. Enhancing dynamic bandwidth of amplified piezoelectric actuators by a hybrid lever and bridge-type compliant mechanism [J]. Actuators, 2022, 11(5): 134.
- [10] LING M X, WANG J L, WU M X, et al. Design and modeling of an improved bridge-type compliant mechanism with its application for hydraulic piezo-valves [J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2021, 324: 112687.
- [11] WU H T, LAI L J, ZHANG L Q, et al. A novel compliant XY micro-positioning stage using bridge-type displacement amplifier embedded with Scott-Russell mechanism [J]. Precision Engineering, 2022, 73: 284-295.
- [12] ZHU J X, HAO G B. Design and test of a compact compliant gripper using the Scott-Russell mechanism [J]. Archives of Civil and Mechanical Engineering, 2020, 20(3): 81.
- [13] CHEN F X, GAO Y Z, DONG W, et al. Design and control of a passive compliant piezo-actuated micro-gripper with hybrid flexure hinges [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 68(11): 11168-11177.
- [14] PAN B, ZHAO H Z, ZHAO C X, et al. Nonlinear characteristics of compliant bridge-type displacement amplification mechanisms [J]. Precision Engineering, 2019, 60: 246-256.
- [15] LING M X, CAO J Y, ZENG M H, et al. Enhanced mathematical modeling of the displacement amplification ratio for piezoelectric compliant mechanisms [J]. Smart Materials and Structures, 2016, 25(7): 075022.
- [16] LING M X, CAO J Y, JIANG Z, et al. Comments on the XY stage design in paper "Modular kinematics and statics modeling for precision positioning stage" [J]. Mechanism and Machine Theory, 2017, 107: 274-282.
- [17] KIM J H, KIM S H, KWAK Y K. Development of a piezoelectric electric actuator using a three-dimensional bridge-type hinge mechanism [J]. Review of Scientific Instruments, 2003, 74(5): 2918-2924.
- [18] 陈方鑫.压电驱动的柔顺放大机构设计与控制研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2020:36-49.
CHEN Fangxin. Design and control of piezoelectric driven compliant amplifier [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2020: 36-49.
- [19] 周奎勇.基于三维桥式机构的大行程高频响快刀伺服系统的设计与分析[D].济南:齐鲁工业大学,2022:16-26.
ZHOU Kuiyong. Design and analysis of servo system of large stroke and high frequency response fast cutter based on three-dimensional bridge mechanism [D]. Jinan: Qilu University of Technology, 2022: 16-26.
- [20] LOBONTIU N, PAINE J S N, GARCIA E, et al. Corner-filletted flexure hinges [J]. Journal of Mechanical Design, 2001, 123(3): 346-352.
- [21] TIAN Y, SHIRINZADEH B, ZHANG D. Closed-form compliance equations of filleted V-shaped flexure hinges for compliant mechanism design [J]. Precision Engineering, 2010, 34(3): 408-418.
- [22] 张兆成,苏继军,胡泓.桥式直接耦合柔性机构的优化设计方法[J].机器人,2010,32(1):119-124.
ZHANG Zhaocheng, SU Jijun, HU Hong. Optimum design of bridge-type compliant mechanism with direct coupling [J]. Robot, 2010, 32(1): 119-124.

收稿日期: 2023-07-04

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(51975540)

山西省研究生教育创新项目(2022Y609)

山西省自然科学基金项目(202203021222041)

先进制造技术山西省重点实验室2022年度开放基金项目(XJZZ202202)

作者简介: 赵智全(1998—),男,山西平遥人,硕士;主要研究方向为精密机械、纳米定位技术; 13663681481@163.com。

通信作者: 祝锡晶(1969—),男,山西祁县人,博士,教授;主要研究方向为精密与特种加工; zxx161501@163.com。